2. LOGIKAI FÜGGVÉNYEK MEGADÁSI MÓDSZEREI

A tananyag célja: a többváltozós logikai függvények megadási módszereinek gyakorlása.

Elméleti ismeretanyag: Dr. Ajtonyi István: **Digitális rendszerek I.** 3.2.3. pont.

Elméleti áttekintés

2.1. Mi jellemzi a kombinációs típusú logikai függvényt?

2.2. Mit értünk **kombinációs (érték) táblázaton**?

2.3. Hány **sora van** egy **n változós** logikai függvény kombinációs táblázatának?

2.4. A vezérlési feladatok megoldása szempontjából miért előnyös a kombinációs táblázat?

2.5. Milyen logikai függvényt tekintünk **teljesen specifikáltnak**?

2.6. Mit értünk **közömbös** (érvénytelen vagy don’t care) **kombináción**?

2.7. Hogyan történik a logikai függvények megadása **index számmal**?

2.8. Miért fontos a **változók sorrendjét** (súlyozását) rögzíteni az index szám felírásához?

2.9. Hogyan történik a logikai függvények megadása **grafikus módszerrel**?

2.10. Milyen összefüggést lát a **kombinációs tábla és a KV tábla között**?

2.11. Milyen összerendelés van a **KV tábla peremezése, a bináris**, ill. **decimális** hozzárendelés között?

2.12. Hogyan történik a **nem teljesen határozott** logikai függvény megadása KV táblán?

2.13. Mit értünk **teljes diszjunktív normál** alakú függvényen?

2.14. Teljes diszjunktív normál alakúak-e az alábbi függvények:

a) $F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \left(A\overline{BC} + BC\right)$

b) $F(A,B,C) = AB + \overline{A}BC + \overline{A}\,\overline{B}C$

c) $F(A,B,C,D) = A\,\overline{B}(C + D)$

Igen? Nem? Miért?

Az a) függvény………………………………

b) függvény………………………………

c) függvény………………………………

2.15. Mi a **minterm**?

2.16. Mit jelent a $\sum$ jel a logikai függvény mintermes alakjában?

2.17. Miben különbözik a nem teljesen specifikált függvény mintermes alakja a teljesen határozott függvényétől?

2.18. Írja fel egy D, C, B, A súlyozású függvény alábbi mintermjeit **algebrai** alakban:

$m_3^4 = (D, C, B, A) = ...$

$m_5^4 = (D, C, B, A) = ...$

$m_7^4 = (D, C, B, A) = ...$

$m_8^4 = (D, C, B, A) = ...$

$m_{12}^4 = (D, C, B, A) = ...$

$m_{15}^4 = (D, C, B, A) = ...$

2.19. Rajzolja meg a 2.18 szerinti mintermeket egyenként megvalósítható kapcsolást

a) érintkezős,

b) kapu

szimbólumokkal!

2.20. Lehet-e mintermje az $\overline{A} \& B \& C$ ÉS kapcsolat az

a) $F^2(A, B)$,

b) $F^3(A, B, C)$,

c) $F^4(A, B, C, D)$

függvénynek? Igen? Nem? Miért?

a) ……………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………

c) ……………………………………………………………………………………

2.21. Írja le az m_6 –os mintermjét az

a) az $F^3(C, B, A)$ $\Rightarrow$ $m_6^3(C, B, A) =$ …………………………………………………

b) az $F^4(D, C, B, A)$

függvénynek! $\Rightarrow m_6^4(D, C, B, A) =$ ……………………………...

2.22. Adja meg az m_5^3 mintermjét az

a) az $F^3(A, B, C)$ ill. $\Rightarrow$ $m_5^3(A, B, C) =$ ………………………………………………

b) az $F^3(B, A, C)$

függvénynek! $\Rightarrow m_5^3(B, A, C) =$ …………………………………

2.23. Adj meg a bemeneti változóként funkcionáló kétállapotú kapcsolók (A, B, C, D) állapotát (BE/KI) az

a, $m_3^4(A, B, C, D) \rightarrow A :$ ....$B :$ ....$C :$ ....$D :$ ....

b, $m_7^4(B, A, C, D) \rightarrow A :$ ....$B :$ ....$C :$ ....$D :$ ....

c, $m_{12}^4(D, C, B, A) \rightarrow A :$ ....$B :$ ....$C :$ ....$D :$ ....

Vesse össze az A és C válaszokat!

2.24. Mit értünk egy függvény **teljes konjuktív normál alakján**?

2.25. Mit tekintünk **maxtermnek**?

2.26. Mire utal a $\prod$ jel a konjuktív alak egyszerűsített felírásánál?

2.27. Adja meg algebrai alakban az F(D,C,B,A) függvény alábbi maxtermjeit:

$m_3^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_5^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_7^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_8^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_{12}^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_{15}^4 = (D,C,B,A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

2.28. Hasonlítsa össze a 2.18-ban felírt mintermekkel.

2.29. Milyen következtetést von le a változók ponált, ill. negált értékére vonatkozóan?

2.30. Rajzolja meg ezen **maxtermeket**

a) érintkezős

b) kapu

szimbólumokkal!

2.31. Milyen összefüggés van a **mintermek** és **maxtermek** között?

m……………= M…………….   M…………..= m…………….

2.32. Igaz-e, hogy minden logikai függvény megadható diszjunktív, ill. konjunktív alakban? Igen? Nem? Miért?

2.33. Milyen kapcsolat van a minterm index szám és a KV tábla decimális száma között?

2.34. Milyen kód szerint van súlyozva a KV tábla, ill. a minterm index száma?

2.35. Milyen problémát vet fel, ha a KV tábla celláit **bináris kód** szerint kódoljuk, a mintermeket pedig valamilyen **más kód** szerint adjuk meg?

2.36. Hogyan történik az áttérés a függvény **diszjunktív** (ÉS/VAGY) alakjáról a **NAND/NAND** alakra?

2.37. Hogyan történik az áttérés a függvény **konjunktív** (VAGY/ÉS) alakjáról a **NOR/NOR** alakra?

2.38. Létezik-e olyan függvény, amely diszjunktív alakjának minterm számai megegyeznek a konjunktív alakjának maxterm számaival?

2.39. Lehet-e maxtermje egy $(A \vee \overline{B} \vee C)$ az

a) $F^2(A,B)$

b) $F^3(A,B,C)$

c) $F^4(A,B,C,D)$ függvénynek ? Igen? Nem? Miért?

a) ……………………………………………………

b) ……………………………………………………

c) ………………………………………………………

2.40. Írja le az M_6 maxtermjét az

a) $F^3(C,B,A)$ ill. $\longrightarrow M_6^3(C,B,A)=$..

b) $F^4(D,C,B,A)$ függvénynek! $\longrightarrow M_6^4(D,C,B,A)=$...

2.41. Adja meg az M_5 maxtermjét az

$a)$ $F^3(A,B,C)$ *ill.* $\longrightarrow F_5^3(A,B,C)=$...

$b)$ $F^3(B,A,C)$ *függvénynek*! $\longrightarrow M_5^3(B,A,C)=$..

2.42. Adja meg a bemeneti változóként funkcionáló kétállapotú kapcsolók (A,B,C,D) helyzetét (BE/KI) az

a, $M_3^4(A,B,C,D)\rightarrow A:$...........$B:$............$C:$..............$D:$..............

b, $M_7^4(B,A,C,D)\rightarrow A:$...........$B:$............$C:$..............$D:$..............

c, $M_{12}^4(D,C,B,A)\rightarrow A:$...........$B:$............$C:$..............$D:$..............

Vesse össze az A és C válaszokat!

2.43. Mivel egyenlő m_4^3 **&** m_6^3 ? $=$...................... ……. Miért? Írja le algebrai alakban!...............

2.44. Mivel egyenlő $m_4^3 \vee m_6^3$? $=$...................... ……. Miért? Írja le algebrai alakban!...............

2.45. Mivel egyenlő $m_4^3 \vee m_6^3$? $=$...................... ……. Miért? Írja le algebrai alakban!...............

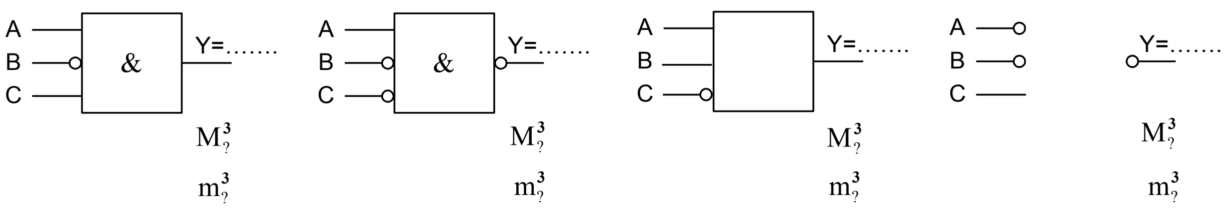
2.46. Mivel egyenlő m_4^3 **&** m_6^3 ? $=$...................... ……. Miért? Írja le algebrai alakban!...............

2.47. Adja meg az $m_5^3(A,B,C)$ mintermet realizáló maxtermet! $m_5^3(A,B,C)=M^3$ ………………

Írja le algebrai alakban és alkalmazza a De Morgan szabályt!

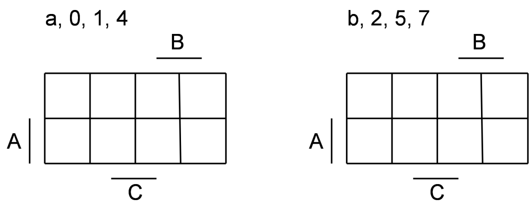
2.48. Adja meg az $M_6^3(C,B,A)$ maxtermet realizáló mintermet! Írja le algebrai alakban és alkalmazza a De Morgan szabályt! $m_6^3(C,B,A)=$...................... …………

2.49. Adja meg az alábbi kapukkal realizált függvénynek megfelelő minterm ill. maxtermeket! A változók sorrendje: ABC.



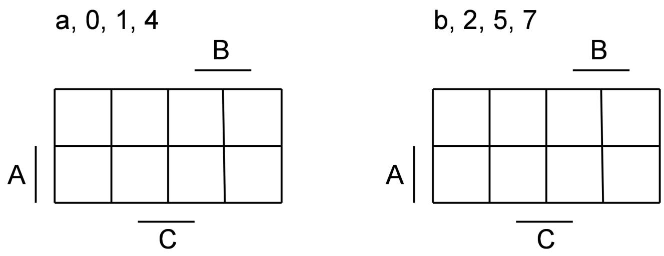
2.1. ábra

2.50. Jelölje 1-gyel az alábbi mintermeket a KV táblán (m(A,B,C)!



2.2. ábra

2.51. Jelölje 0-val az alábbi maxtermeket a KV táblán (M(A,B,C)!

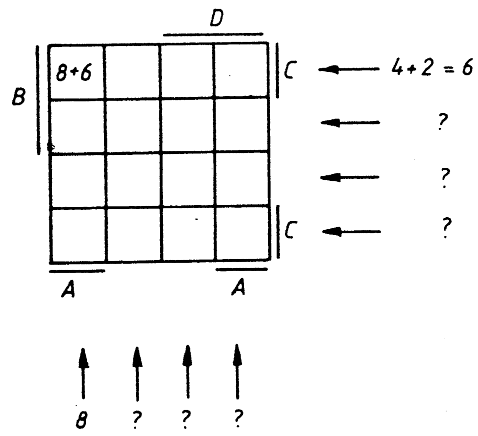


2.3. ábra

Példák

2.1-V Példa

Végezze el a 2.4. ábra szerinti peremezésű KV tábla szerkesztését az alábbi súlyozás mellett: A = 8, B = 4, C = 2, D = 1. Először a sorok, ill. oszlopok súlyát határozza meg, majd cellák minterm számát adó sor és oszlop súlyok összegét írja be.



2.4. ábra

2.2. Példa

Adja meg az $M^{3}_{115}(C,B,A)$ függvényt valamennyi ismert alakzatban az alábbi lépésekben.

2.2.1-V Konvertálja a 115_{10}-öt a kettes számrendszerbe!

115

115_{10} =

m_i^3	$2^?$ C	$2^?$ B	$2^?$ A	X i F
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

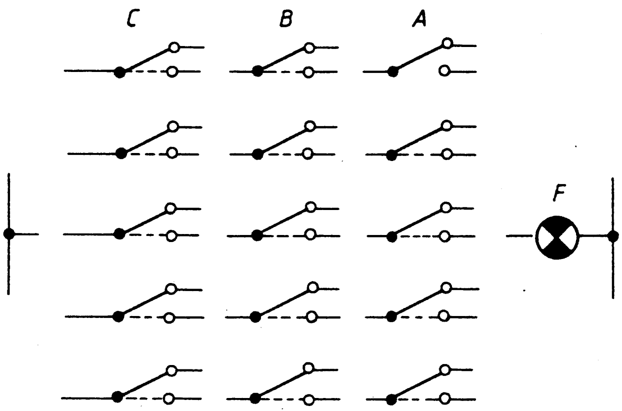
2.1. táblázat

2.2.2. Írja be a 2.1. táblázatba a változók súlyozását!

2.2.3-V Töltse ki a 2.1. táblázatot!

2.2.4-V Adja meg **teljes diszjunktív** normál alakban az $F_{115}^3(C, B, A) =$ .... függvényt a táblázat alapján!

2.2.5-V Egészítse ki a 2.5. ábrát a 2.2.4-re adott válasz alapján!

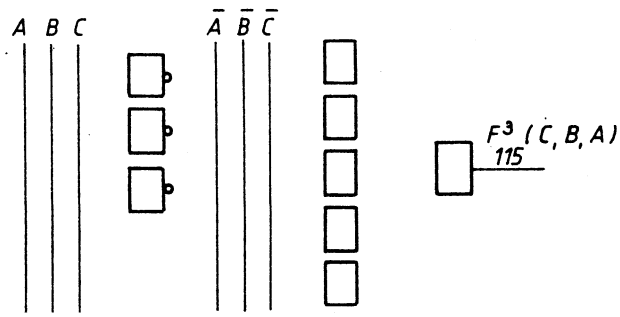


2.5. ábra

2.2.6. Írja be az ábrába az ágak által realizált mintermek számát!

2.2.7. Állapítsa meg, hogy a függvény „1”-es értékeinél (ld. 2.1. táblázat) melyik ág zárt, ill. a „0” helyeknél miért szakadt a hálózat?
Hány érintkező szükséges a realizáláshoz?
A: B: C:

2.2.8-V Egészítse ki a 2.6. ábrát a függvény diszjunktív alakjának megfelelően és írja be az egyes ÉS jelképekbe, hogy mely mintermeket realizálják.

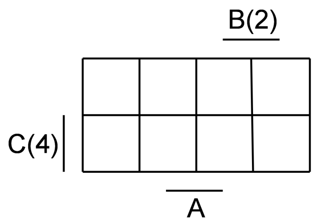


2.6. ábra

2.2.9-V Adja meg a függvény mintermes alakját a 2.2.4 válasza alapján.

$$F_{115}(C, B, A) = m^3_? \; ? \; m^3_? \; ? \; m^3_? \; ? \; m^3_? \; ? \; m^3_? \; ?$$

2.2.10-V Adja meg a függvényt KV táblán, közvetlenül a táblázatból a 2.7. ábrán.



2.7. ábra

2.2.11-V Adja meg a függvény mintermes alakját a képzési szabály

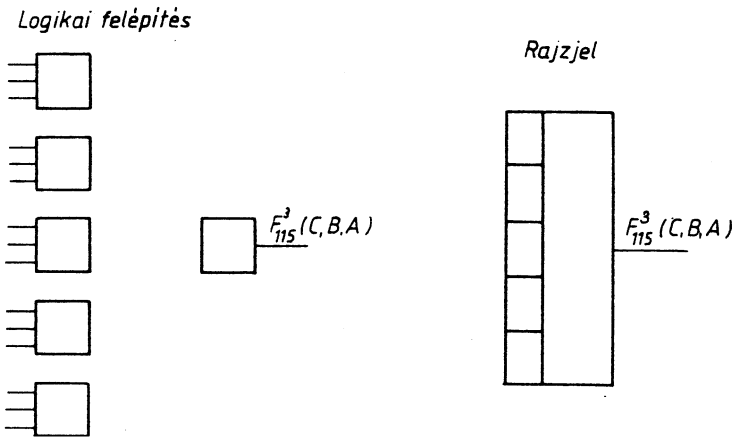
$$F^n = \sum_{i=0}^{2^n-1} X_i \;\&\; m_i^n$$

felhasználásával.

$X_0 =$	$X_4 =$
$X_1 =$	$X_5 =$
$X_2 =$	$X_6 =$
$X_3 =$	$X_7 =$

$F^3_{115}(C, B, A) =$……………………..

2.2.12-V Adja meg a szóban forgó függvényt MSZ szimbólumokkal a 2.6. ábrán. Írja be a kapukhoz a bevezetett változókat!



2.8. ábra

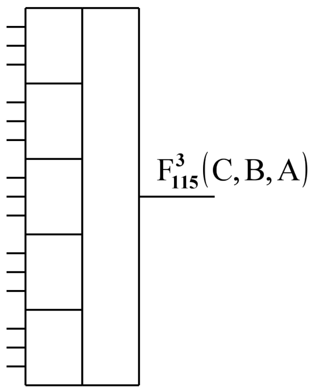
2.2.13-V A NÉS/NÉS alak felírásához a függvény **kétszer tagadott** diszjunktív alakjából induljon ki és bontsa fel az alsó tagadás jelét a De Morgan szabály felhasználásával!

F =

F =

F =

2.2.14-V Rajzolja meg a 2.2.14-ben kapott alakot MSZ jelképpel a 2.9. ábrán!



2.9. ábra

2.2.15-V Hasonlítsa össze az ÉS/VAGY hálózat (2.8. ábra) bemeneteire vezetett változók logikai értékét! Mit tapasztal?

2.2.16-V Adja meg az $F_{115}^{3}(C,B,A)$ függvény teljes konjunktív normál alakban a 2.1. táblázat alapján.

Szempontok:

a) a függvény 0 helyeiből indulunk ki;

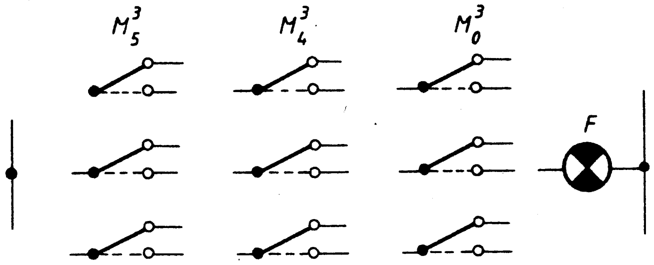
b) ahol a táblázatban 0 áll, a bemenő változó ponált, ahol a táblázatban 1 áll, a bemenő változó negált értékét írjuk;

c) az így képzett változókból VAGY kapcsolatot képezünk;

d) a VAGY kapcsolatokat ÉS kapcsolatba hozzuk.

$F_{115}^{3}(C,B,A)=$.......................................

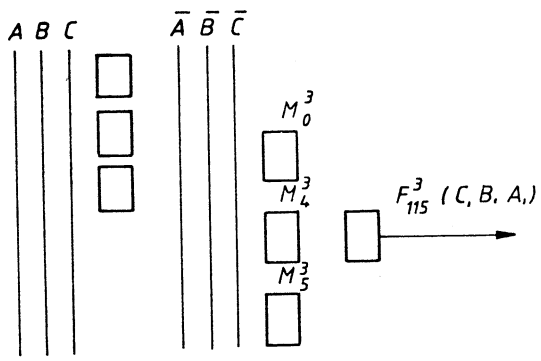
2.2.17-V Egészítse ki a 2.10. ábrát a függvény konjunktív alakjának megfelelően!



2.10. ábra

2.2.18. Állapítsa meg, hogy az egyes kombinációkban miért zárt, ill. nyitott a hálózat!

2.2.19-V Egészítse ki a 2.11. ábrát úgy, hogy az egyes elemek a megjelölt **maxtermeket** realizálják!



2.11. ábra

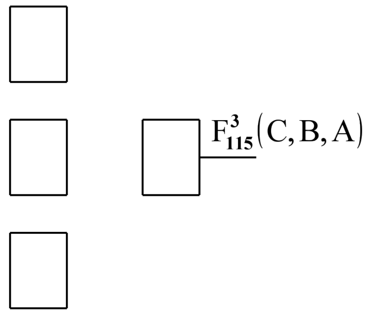
2.2.20-V A függvény NVAGY/NVAGY (NOR/NOR) alakjának meghatározásához induljon ki a függvény **kétszer tagadott** konjunktív alakjából.

F=

Bontsa fel a belső tagadás jelet a De Morgan szabály felhasználásával.

F =

2.2.21-V Rajzolja meg a NOR/NOR alakot MSZ jelképekkel (2.12. ábra). Hasonlítsa össze a VAGY/ÉS hálózatba és a NVAGY/NVAGY hálózatba bevezetett logikai változók értékét. Mit tapasztal?



2.12. ábra

2.2.22-V Adja meg az $F_{115}^3(C,B,A)$ függvény teljes konjunktív normál alakját a képzési szabály felhasználásával.

$X_0 =$	$X_4 =$
$X_1 =$	$X_5 =$
$X_2 =$	$X_6 =$
$X_3 =$	$X_7 =$

$$F = \prod_{i=0}^{2^n - 1} \left(x_i + M_{2^n - 1 - i}^{n} \right)$$

$$F = \prod \text{..}$$

2.3. Példa

Adja meg **teljes diszjunktív normál alakban** az $F^4 = A\overline{D} \vee \overline{B}CD$ függvényt a következő lépésekben.

2.3.1-V Mely változók hiányoznak az első, ill. második tagból?

2.3.2-V **Bővítse a második tagot** az $X \vee \overline{X} = 1$ Boole algebrai szabály felhasználásával úgy, hogy a hiányzó változót is tartalmazza és végezze el a kijelölt műveletet.

$\overline{B}CD =$

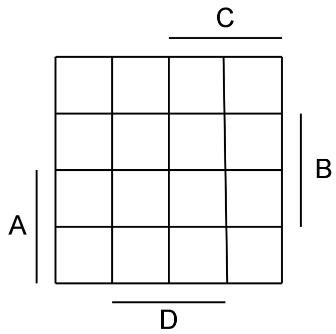
2.3.3-V Alakítsa teljessé – két lépésben – az első tagot is.

$A\overline{D} =$

2.3.4-V Eredmény: Jelölje be a hiányzó tagadásjelzéseket

$F = ABCD \vee ABCD \vee ABCD \vee ABCD \vee ABCD \vee ABCD$

2.3.5. Oldja meg a feladatot úgy is, hogy ábrázolja a függvényt KV táblán. Jelölje be az $A\overline{D}$, ill. $\overline{B}CD$ tömböket, majd olvassa le a minterm számokat (2.13. ábra). Vesse össze az eredményt a 2.3.4-ben kapott megoldással.



2.13. ábra

2.4. Példa

Adja meg **teljes konjunktív normál alakban** az $F^4 = \left(A \vee \overline{D}\right) \left(\overline{B} \vee C \vee D\right)$ Függvényt.

2.4.1-V **Bővítse a tényezőket** a hiányzó változókkal az $X.\overline{X} = 0$ Boole algebrai szabály felhasználásával.

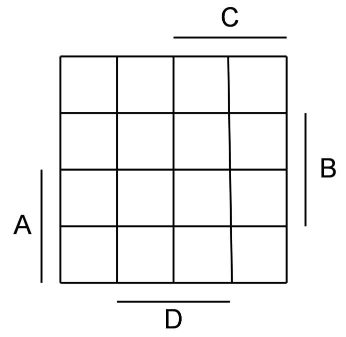
$\overline{B} \vee C \vee D =$

$A \vee \overline{D} =$

2.4.2. Eredmény:

F=

F=



2.14. ábra

Oldja meg a feladatot a 2.3.5 analógiájára **grafikus** módszerrel (2.14. ábra).

2.5. Példa

Oldja meg az $F(A,B,C,D)=\sum(0,2,4,11,14)\,\&\sum_x(5,13)$ függvényt **teljes konjunktív normál** alakban.

2.5.1. Töltse ki a kombinációs táblázatot, majd írja be az F értékét a megadott maxtermekhez.

M_i	m_i	A	B	C	D	F
		0	0	0	0	
		0	0	0	1	
		0	0	1	0	
		0	0	1	1	
		0	1	0	0	
		0	1	0	1	
		0	1	1	0	
		0	1	1	1	
		1	0	0	0	
		1	0	0	1	
		1	0	1	0	
		1	0	1	1	
		1	1	0	0	
		1	1	0	1	
		1	1	1	0	
		1	1	1	1	

Ellenőrizze a táblázatot: a függvényt alkotó maxtermeknél a függvény értéke 1-es vagy 0).

2.5.2-V Eredmény:

F=……………………

2.6. Példa

Adja meg az

$F(A,B,C)=\Sigma(1,2,4,6)$

függvényt

$F(C,B,A)=\sum(.............)$

alakban!

2.6.1. Írja át a kiinduló függvényt F(C,B,A) alakba. Ügyeljen arra, hogy a függvény értéke ugyanazon változó kombinációk esetén legyes 1-es.

Kiinduló függvény

$F(A,B,C)=\sum(0,2,4,6)$

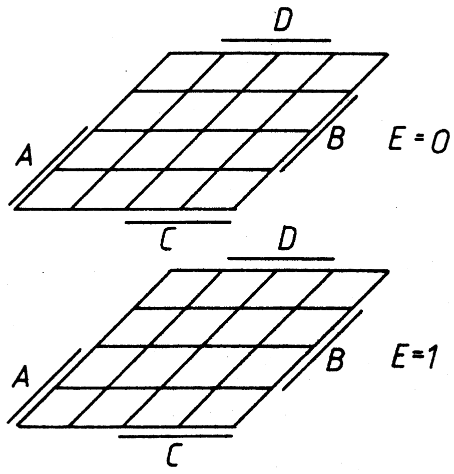
m_i	A	B	C	F		C	B	A	F	m_i
	0	0	0	1	→	0	0	0	1	
	0	0	1	0		0	0	1		
	0	1	0	1		0	1	0		
	0	1	1			0	1	1	1	
	1	0	0			1	0	0		
	1	0	1			1	0	1		
	1	1	0	1		1	1	0		
	1	1	1			1	1	1		

2.6.2-V Írja be az m_i értékét és adja meg a függvény új alakját:

$F(C,B,A)=\sum$.....................................

2.7. Példa

2.7.1. Ábrázolja az $F(E,D,C,B,A)=\sum\left(0,1,5,7,9,17,19,27 \vee \sum_x 3,10,30\right)$ függvényt a 2.15. ábrán vázolt KV diagramon.

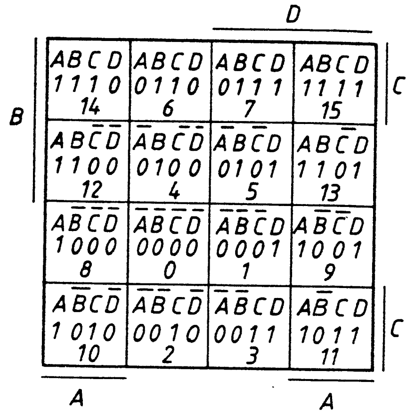


2.15. ábra

Válaszok, eredmények

2.1. Példa

A megoldás a 2.4-V ábra szerinti.



2.4-V ábra

2.2. Példa

2.2.1. $115_{10} = 01110011_2$

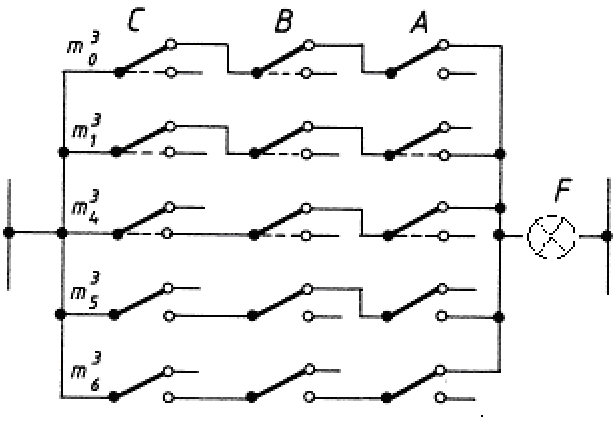
2.2.3. Lásd a 2.2. táblázatot.

m_i^3	2^2 C	2^1 B	2^0 A	X_i F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

2.2. táblázat

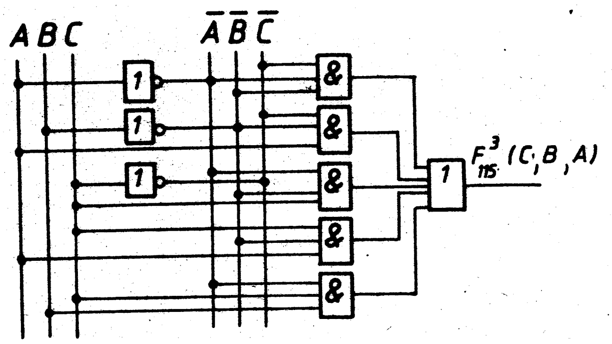
2.2.4. $F_{115}^3(C,B,A) = \overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A} \vee \overline{C}\,\overline{B}A \vee C\overline{B}\,\overline{A} \vee C\overline{B}A \vee CB\overline{A}$

2.2.5. Lásd a 2.5-V ábrát!



2.5-V ábra

2.2.8. Lásd a 2.6-V ábrát!

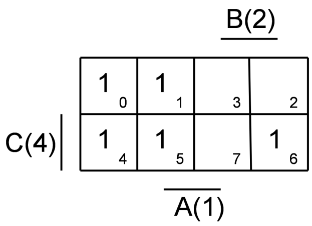


2.6-V ábra

2.2.9. $F_{115}^3(C,B,A) = m_0^3 \vee m_1^3 \vee m_4^3 \vee m_5^3 \vee m_6^3$

$F_{115}^3(C,B,A) = \sum(0,1,4,5,6)$

2.2.10. Lásd a 2.7-V ábrát!



2.7-V ábra

2.2.11.

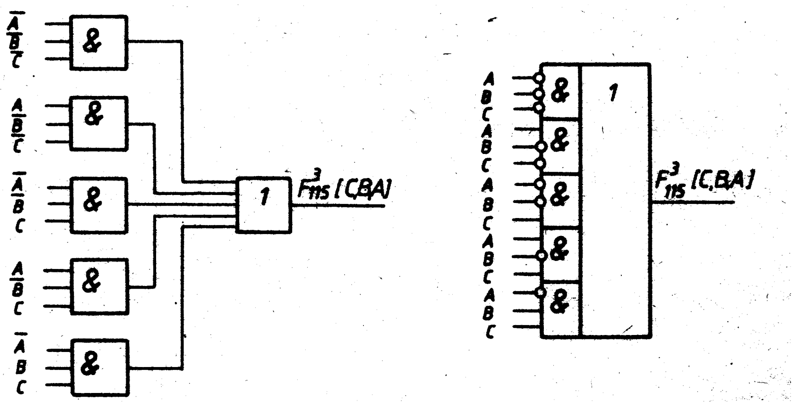
$$F = \sum_{i=0}^{2^n-1} \left(xi \,\&\, m_i^n\right)$$

$$F^3 = x_o m_o \vee x_1 m_1 \vee x_2 m_2 \vee x_3 m_3 \vee x_4 m_4 \vee x_5 m_5 \vee x_6 m_6 \vee x_7 m_7$$

$$F_{115}^3(C,B,A) = 1m_o \vee 1m_1 \vee 0\, m_2 \vee 1\, m_3 \vee 1\, m_4 \vee 1\, m_5 \vee 1\, m_6 \vee 1\, m_7 = m_o \vee m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6$$

$$F_{115}^3(C,B,A) = \sum(0,1,4,5,6)$$

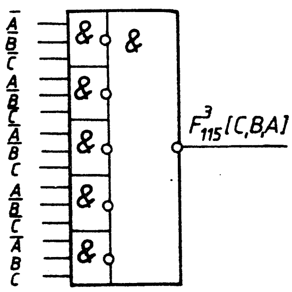
2.2.12. Lásd a 2.8-V ábrát!



2.8-V ábra

2.2.13. $\overline{\overline{\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A} \vee \overline{C}\,\overline{B}A \vee C\overline{B}\,\overline{A} \vee C\overline{B}A \vee CB\overline{A}}} = \overline{\overline{C}\,\overline{B}\,\overline{A}} \,\&\, \overline{\overline{C}\,\overline{B}A} \,\&\, \overline{C\overline{B}\,\overline{A}} \,\&\, \overline{C\overline{B}A} \,\&\, \overline{CB\overline{A}}$

2.2.14. Lásd a 2.9-V ábrát!

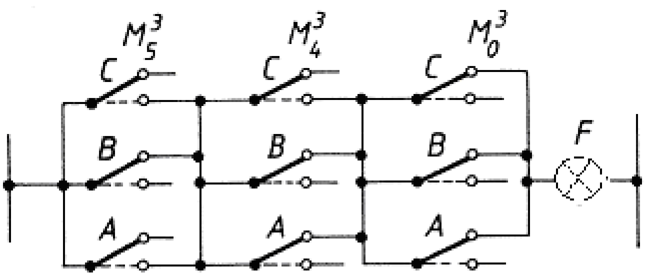


2.9-V ábra

2.2.15. A változók ugyanolyan logikai értékkel vannak bevezetve az ÉS kapuba, mint a NÉS kapuba.

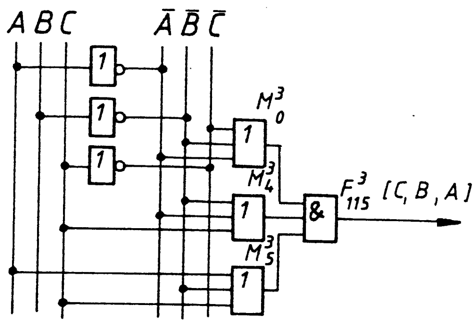
2.2.16. $F = \left(C \vee \overline{B} \vee \overline{A}\right) \& \left(C \vee \overline{B} \vee A\right) \& \left(\overline{C} \vee \overline{B} \vee \overline{A}\right)$

2.2.17. Lásd a 2.10-V ábrát!



2.10-V ábra

2.2.19. Lásd a 2.11-V ábrát!



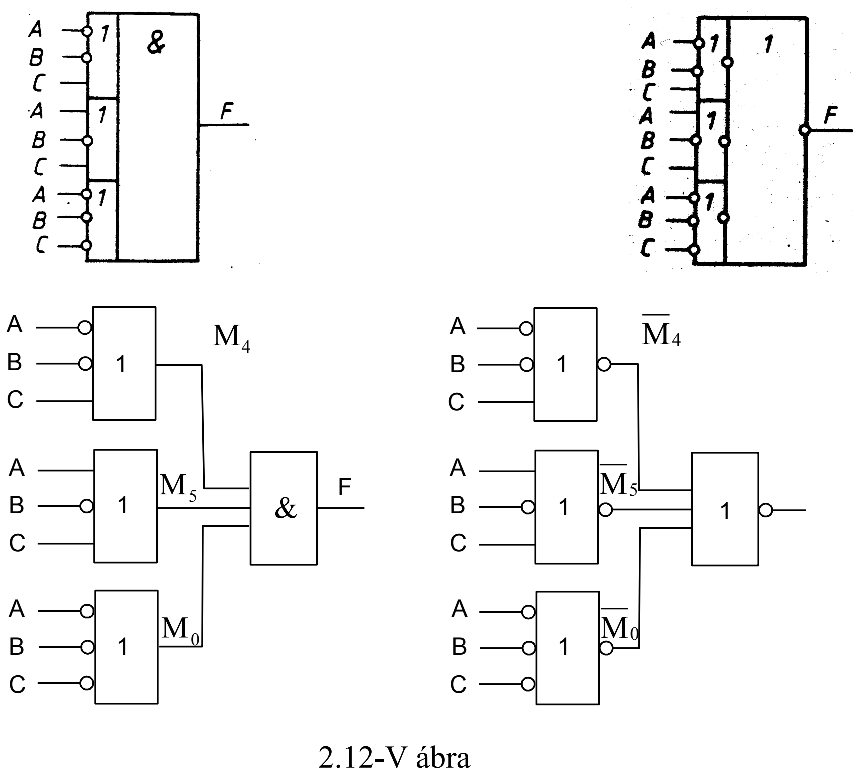
2.11-V ábra

2.2.20.

$$F = \overline{\overline{\left(C \vee \overline{B} \vee \overline{A}\right) \& \left(C \vee \overline{B} \vee A\right) \& \left(\overline{C} \vee \overline{B} \vee A\right)}}$$

$$F = \overline{\left(\overline{C \vee \overline{B} \vee \overline{A}}\right) \vee \left(\overline{C \vee \overline{B} \vee A}\right) \vee \left(\overline{\overline{C} \vee \overline{B} \vee A}\right)}$$

2.2.21. Lásd a 2.12-V ábrát!



2.12-V ábra

2.2.22.

$$F = \prod_{i=0}^{2^n-1}\left(x_i \vee M^n_{2^n-1-i}\right)$$

$$F^3_{115} = \left(x_0 \vee M_7\right)\left(x_1 \vee M_7\right)\left(x_2 \vee M_5\right)\left(x_3 \vee M_4\right)\left(x_4 \vee M_3\right)\left(x_5 \vee M_2\right)\left(x_6 \vee M_1\right)\left(x_7 \vee M_0\right)$$

$$F^3_{115} = (C, B, A) = \left(1 \vee M_7\right)\left(1 \vee M_7\right)\left(0 \vee M_5\right)\left(0 \vee M_4\right)\left(1 \vee M_3\right)\left(1 \vee M_2\right)\left(1 \vee M_1\right)\left(0 \vee M_0\right)$$

$$F^3_{115} = (C, B, A) = M_5 \,\&\, M_4 \,\&\, M_0$$

$$F^3_{115} = (C, B, A) = \prod\left(0,4,5\right)$$

2.3. Példa

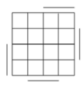
2.3.1. Az első tagból a B ill. C, a másodikból az A.

2.3.2. $\overline{B}CD = \overline{B}CD\left(A \vee \overline{A}\right) = A\overline{B}CD \vee \overline{A}\overline{B}CD$

2.3.3. $A\overline{D} = A\overline{D}\left(B \vee \overline{B}\right) = AB\overline{D} \vee A\overline{B}\overline{D} = AB\overline{D}\left(C \vee \overline{C}\right) \vee A\overline{B}\overline{D}\left(C \vee \overline{C}\right) = ABC\overline{D} \vee AB\overline{C}\overline{D} \vee$
$\vee A\overline{B}C\overline{D} \vee A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

2.3.4. $F = ABC\overline{D} \vee AB\overline{C}\overline{D} \vee A\overline{B}C\overline{D} \vee A\overline{B}\overline{C}\overline{D} \vee A\overline{B}CD \vee \overline{A}\overline{B}CD = \sum(14,12,10,8,11,3)$

2.3.5. Lásd a 2.13-V ábrát!



1

1 1

1 1 1

2.13-V ábra

2.4. Példa

2.4.1.

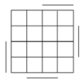
$$\overline{B} \vee C \vee D = \left(A \vee \overline{B} \vee C \vee D\right) \& \left(\overline{A} \vee \overline{B} \vee C \vee D\right)$$

$$A \vee \overline{D} = \left(A \vee B \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee \overline{B} \vee \overline{D}\right) = \left(A \vee B \vee C \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee B \vee \overline{C} \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee B \vee \overline{C} \vee \overline{D}\right)$$

$$F = \left(A \vee \overline{B} \vee C \vee D\right) \& \left(\overline{A} \vee \overline{B} \vee C \vee D\right) \& \left(A \vee B \vee C \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee B \vee \overline{C} \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee \overline{B} \vee C \vee \overline{D}\right) \& \left(A \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee \overline{D}\right)$$

$$F = \prod(11,3,14,12,10,8)$$

2.4.3. Lásd a 2.14-V ábrát!



0 0

0 0 0

0

2.14-V ábra

2.5. Példa

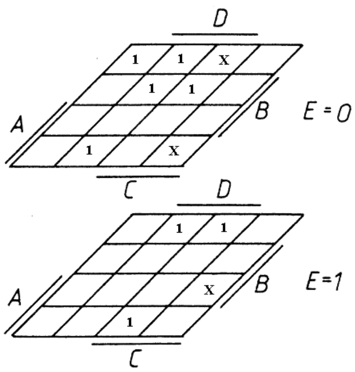
2.5.2. $F = \prod(0,3,5,6,7,8,9,12,14) \,\&\, \prod_x(2,10)$.

2.6. Példa

2.6.2. $F(C,B,A) = \sum(0,1,2,3,)$

2.7. Példa

2.7.1. Lásd a 2.15-V ábrát!



2.15-V ábra

2.8. Példa

Adjuk meg az $F^3_{241}(A,B,C)$ függvényt

a) értéktáblázattal
b) K-V táblán
c) teljes diszjunktív normál alakban
d) mintermes alakban

e) teljes konjunktív normál alakban

f) maxtermes alakban

g) MSz jelképpel.

Megoldás

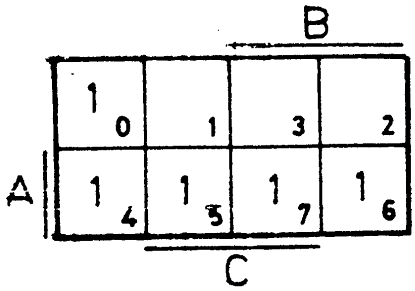
a) Írjuk fel a 241_{10} –et a bináris számrendszerben!

$$241_{10} = 11110001_2.$$

Mivel a változók sorrendje rögzített, kitölthetjük az értéktáblázatot.

	2^2	2^1	2^0	α_i^3
i	A	B	C	F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

b) Ábrázoljuk a függvényt KV táblán (2.16. ábra).



2.16. ábra

c) A függvény 1-es értékeiből kiindulva a teljes diszjunktív normál alak:

$$F = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} \vee A\overline{B}\,\overline{C} \vee A\overline{B}C \vee AB\overline{C} \vee ABC.$$

d) Az $F = \sum_{i=0}^{2^n-1}\left(\alpha_i^n \,\&\, m_i^n\right)$ képlet alapján:

$$F = 1\&m_0^3 \vee 0\&m_1 \vee 0\&m_2 \vee 0\&m_3 \vee 1\&m_4 \vee 1\&m_5 \vee 1\&m_6 \vee 1\&m_7$$

$$F = (A,B,C) = m_0^3 \vee m_4^3 \vee m_5^3 \vee m_6^3 \vee m_7^3$$

$$F = (A,B,C) = \sum^{3} (0,\quad 4,\quad 5,\quad 6,\quad 7)$$

e) A függvény 0-s értékeiből kiindulva:

$$\overline{F} = \overline{A}\,\overline{B}C \vee \overline{A}B\overline{C} \vee \overline{A}BC$$

$$\overline{F} = \overline{\overline{F}} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C \vee \overline{A}B\overline{C} \vee \overline{A}BC}$$

$$F = \overline{\overline{A}\,\overline{B}C}\ \&\ \overline{\overline{A}B\overline{C}}\ \&\ \overline{\overline{A}BC}$$

$$F = (A \vee B \vee \overline{C})\quad (A \vee \overline{B} \vee C)\quad (A \vee \overline{B} \vee \overline{C})$$

A képzési szabállyal közvetlenül:

$$\overline{F} = (A \vee B \vee \overline{C}) \& (A \vee \overline{B} \vee C) \& (A \vee \overline{B} \vee \overline{C})$$

f)

$$\text{Az } F = \sum_{i=0}^{2^n - 1} \left(\alpha_i^n \vee M^n_{2^n - 1 - I} \right) \text{ képlet alapján:}$$

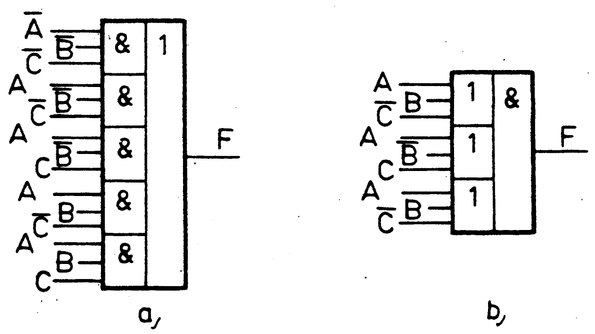
$$F(A,B,C) = \left(1 \vee M_7^3\right)\left(0 \vee M_6^3\right)\left(0 \vee M_5^3\right)\left(0 \vee M_4^3\right)\left(1 \vee M_3^3\right)\left(1 \vee M_2^3\right)\left(1 \vee M_1^3\right)\left(1 \vee M_0^3\right)$$

$$F(A,B,C) = M_6^3 \& M_5^3 \& M_4^3$$

$$F(A,B,C) = M_6^3 \& M_5^3 \& M_4^3$$

$$F(A,B,C) = \prod^{3} (6,5,4).$$

g) MSz jelképek: (2.17. ábra).



2.17. ábra

2.9. Példa

Adjuk meg a 2.18. ábrán grafikusan ábrázolt függvényt:

a, értéktáblázatos,

b, index számos,

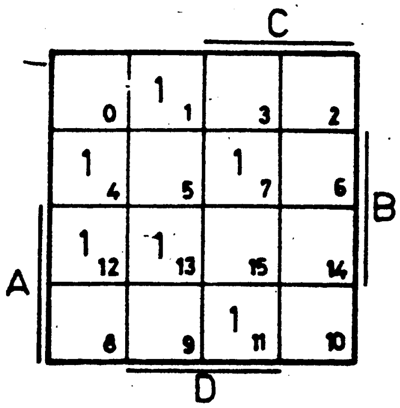
c, teljes diszjunktív normál,

d, teljes konjunktív normál alakban,

e, MSz jelképpel.

Megoldás

a, Értéktáblázat



2.18. ábra

	2^3	2^2	2^1	2^0	4 1
i	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	2	2	0	0
15	1	1	1	1	0

b, Az index számot a függvényértékből képzett bináris számokból kapjuk.

$$N = 1.2^1 + 1.2^4 + 1.2^7 + 1.2^{11} + 1.2^{12} + 1.2^{13} = 14\ 482_{10}$$

Tehát a **fenti függvény index számos alakja:**

$$F^4_{14482}(A, B, C, D).$$

c, A teljes diszjunktív normál alak az értéktáblázatból a képzési szabállyal:

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D \vee \bar{A}B\bar{C}\bar{D} \vee \bar{A}BCD \vee AB\bar{C}\bar{D} \vee AB\bar{C}D.$$

A mintermes alak a 2.18. ábrából közvetlenül is felírható:

$$F(A, B, C, D) = M^1_1 \vee M^4_4 \vee M^4_7 \vee M^4_{11} \vee M^4_4 \vee M^4_{13}$$

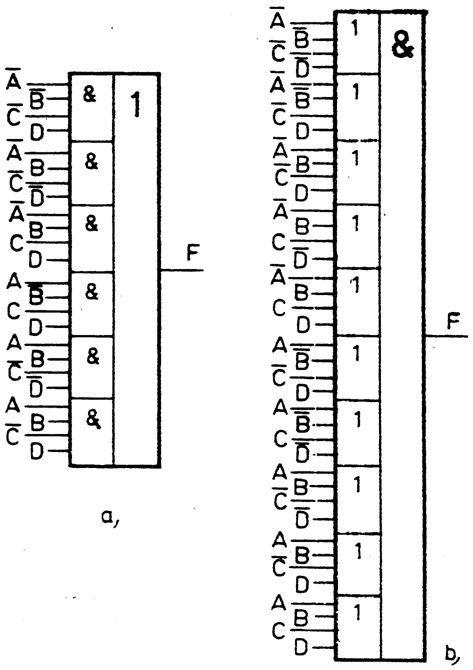
$$F(A, B, C, D) = \sum^4 (1,4,7,11,12,13).$$

d, A teljes konjunktív alak:

$$F(A, B, C, D) = M^4_{15} \& M^4_{13} \& M^4_{12} \& M^4_{10} \& M^4_9 \& M^4_7 \& M^4_6 \& M^4_5 \& M^4_1 \& M^4_0$$

$$F(A, B, C, D) = \prod^4 (15,13,12,10,9,7,6,5,1,0).$$

e, MSz jelképeket lásd a 2.19. ábrán!



2.19. ábra

2.10. Példa

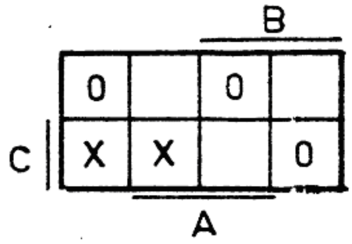
Adjuk meg az

$$F(A, B, C, D) = \prod[7,1,4] \& \prod_X (3,2)$$

függvényt teljes diszjunktív normál alakban KV tábla felhasználásával.

Megoldás

a, Ábrázoljuk a függvényt KV táblán (2.20. ábra). Ügyeljünk a maxterm indexek átírására.



2.20. ábra

b, Írjuk fel a mintermes alakot a KV tábla alapján:

$$F(C, B, A) = \sum(1,2,7) \vee \sum_X (4,5)\,.$$

Feladatok

2.F.4. Adja meg az F = AB + CD függvényt valamennyi ismert kanonikus alakban.

2.F.5. Adja meg az $F = (A \vee \overline{B})\ (\overline{C} \vee D)$ függvényt valamennyi kanonikus alakban.

2.F.6. Rajzolja meg az $F^3_{187} = (C, A, B)$ függvényt MSz jelképekkel.

2.F.7. Adja meg az $F^3_{211} = (A, B, C)$ függvény $F^3 = (B, C, A)$ szerinti index számát.

2.F.8. Lehetséges-e olyan függvény, melynek minterm ill. maxterm számai azonosak? Mi lehet ennek a feltétele?

2.F.9. Adja meg az $F = (D, C, B, A) = \prod(1,2,5,9,14,15)$ függvényt mintermes alakban!

2.F.10. Állapítsa meg a hiányzó index számokat.

$$m^4_{13} = \overline{M^4_?}$$
$$m^4_9 = \overline{M^4_?}$$

2.F.11. Adja meg valamennyi ismert kanonikus alakban az $F = \overline{A + B} + (\overline{C \oplus D})$ függvényt!

2.F.12. Igazolja, hogy $A \oplus B \oplus C = A \odot B \odot C$.